

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF
Série N°1 : LIMITE D'UNE FONCTION

(La correction voir http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la fonction : f : x -> x/(x+1)

Montrer en utilisant la définition que : lim_{x->0} f(x)=0

Exercice2 : Soit la fonction : f : x -> x^2 + 7x - 8

Montrer en utilisant la définition que : lim_{x->-1} f(x) = 0

Exercice3 : Soit la fonction : f : x -> (3x^2+1)/x^4

Montrer en utilisant la définition que : lim_{x->0} f(x) = +infinity

Exercice4 : 1) Montrer que : lim_{x->0} x^2 cos(2/x) = 0

2) Montrer que : lim_{x->0} x sin(1/x^4) = 0

3) a) Montrer que : forall x in]-1;1[: |x^2 + 5x| <= 6|x|

b) Calculer : lim_{x->0} x^2 + 5x

Exercice5 : Déterminer : lim_{x->-infinity} cos x / (x^3 - 1)

Exercice6 : Montrer que : lim_{x->0+} 1/x + 2 + sin(1/x) = +infinity

Exercice7 : Soit la fonction : f : x -> (sqrt(x+2)-1)/(x+1)

1) Montrer que : forall x in D_f : |f(x) - 1/2| <= 1/2|x+1|

2) En déduire : lim_{x->-1} f(x)

Exercice8 : Soit la fonction f : x -> (|x-1|x)/(x^2-1)

1) Déterminer lim_{x->1} f(x) et lim_{x->-1} f(x)

2) La fonction f admet-elle une limite en : x_0 = 1 ?

Exercice9 : Soit la fonction f : x -> (x+1)^2 / |x^2-1| ; Etudier la limite de f en x_0 = -1

Exercice10 : Soit la fonction : f : x -> (1+sin x)/(1+sqrt x) ; déterminer : lim_{x->+infinity} f(x)

Exercice11 : Déterminer : lim_{x->0} (x^2 + x^4) sin(1/x)

Exercice12 : Soit la fonction : f : x -> x + sin x - 1 déterminer : lim_{x->-infinity} f(x)

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice13 : Déterminer : lim_{x->+infinity} E(x)/x

Exercice14 : Calculer les limites suivantes : 1) lim_{x->0} x^8 2) lim_{x->2} 3x^2 + 2x + 1 3) lim_{x->-1} 5x^2 + 2x - 8

4) lim_{x->+infinity} (3x^2-x)/(2x^3+3x-4) 5) lim_{x->2} (sqrt(4x+1)+3)/(x^2+3x+2) 6) lim_{x->+infinity} (5x-1)/(3x^2-x) 7) lim_{x->+infinity} 3x^2 + x + 1 + (x+1)/(x^2+2) - sqrt(3x+1)

8) lim_{x->+infinity} (cos x / x) * sqrt(x) / (x/2 + pi)

Exercice15 : Soient les fonctions tels que : f(x) = sqrt(2x+1)(-3x^2+x) et g(x) = (-2x^2+1)/(x-3)^2 (sqrt(x)+1)

1) Déterminer : a) lim_{x->2} f(x) b) lim_{x->+infinity} f(x)

2) Déterminer : lim_{x->+infinity} g(x)

Exercice16 : Calculer les limites suivantes : 1) lim_{x->+infinity} 2x^2 - x + 4 2) lim_{x->-infinity} 5x^2 - 2x + 4

3) lim_{x->+infinity} -2x^3 + 3x + 2024 4) lim_{x->+infinity} (2x-3)(1023-x)^3 5) lim_{x->-infinity} (1-2x^2)(1+3x)^2

6) lim_{x->+infinity} 2x^3 - (1-x)^2(x+2) 7) lim_{x->+infinity} 4x^2 - (2x-1)(2x+1) 8) lim_{x->1/2} (2x-1)^2025 (x-3)

9) lim_{x->+infinity} |2x-1| - 3x 10) lim_{x->-infinity} x + |2+x| 11) lim_{x->+infinity} |3x^2-4x+1| 12) lim_{x->-infinity} |x^3-3x| 13) lim_{x->+infinity} (x^2+1)^3 / (x^3+12x^3)

Exercice17 : Calculer les limites suivantes :

1) lim_{x->2} (4x-5)/sqrt(x+7) 2) lim_{x->5} (x^2-25)/(x-5) 3) lim_{x->2+} (3x+1)/(5x-10) et lim_{x->2-} (3x+1)/(5x-10)

4) lim_{x->+infinity} -6x^2 - 3x + 1 5) lim_{x->-infinity} (5x^5+x^2+2)/(5x^3+x) 6) lim_{x->+infinity} (20x^3-7x^2+x)/(10x^4-3x-6)

7) lim_{x->2+} (3x-8)/(2x-4) et lim_{x->2-} (3x-8)/(2x-4) 8) lim_{x->-2+} (-5x^2+1)/(x+2) et lim_{x->-2-} (-5x^2+1)/(x+2)

9) lim_{x->2+} (5x-20)/(-2x+4) et lim_{x->2-} (5x-20)/(-2x+4) 10) lim_{x->3+} (3x+1)/(2x-6) et lim_{x->3-} (3x+1)/(2x-6)

Remarque : 1) Eviter d'écrire ces expressions qui n'ont pas de sens mathématique : ?/0+ et ?/0- 2) Ne pas utiliser +infinity ou -infinity dans les opérations dans R (+infinity et -infinity ne sont pas des réels)

Exercice18 : Calculer les limites suivantes : 1) lim_{x->2} (-x^3+2x^2+x-2)/(-x^2+5x-6) 2) lim_{x->+infinity} (x^3+2x-3)/(x^2+2x-3)

3) lim_{x->+infinity} (x^2-1)/(x^3+x-2)

Exercice19 : Déterminer les limites suivantes : 1) lim_{x->+infinity} 2x - sqrt(1+x) 2) lim_{x->-infinity} sqrt(2-x) + 3x

3) lim_{x->0} (sqrt(1+3x) - sqrt(x+1))/x

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice20 : Calculer les limites suivantes :

1) lim_{x->0} x/(1-sqrt(x+1)) 2) lim_{x->1} (x^2-x)/(1-sqrt(x)) 3) lim_{x->0} (2sqrt(x+1)-sqrt(x+4))/x 4) lim_{x->0} (sqrt(1+x^2)-sqrt(1-x^2))/(sqrt(x+1)-sqrt(1-2x))

Exercice21 : Etudier les limites suivantes :

1) lim_{x->2} (x^2+|x-2|-4)/(x-2) 2) lim_{x->1} (|x^3-x|)/(x-1) 3) lim_{x->+infinity} (sqrt(3+x^2)-2)/|x-1| 4) lim_{x->0} (x|x|)/(sqrt(1+x^2)-1)

Exercice22 : Déterminer les limites suivantes :

1) lim_{x->0} (sin 2x)/(sin 3x) 2) lim_{x->pi/6} (sqrt(3)sin x - cos x)/(x - pi/6) 3) lim_{x->0+} (cos sqrt(x)-1)/x

Exercice23 : Considérons la fonction f définie par : f(x) = (x(3+sin x))/(x-sqrt(x^2+1))

1) a) Montrer que : forall x in R+ : 1/(x-sqrt(x^2+1)) <= -2x

b) En déduire que : forall x in R+ : f(x) <= -4x^2

2) Déterminer : lim_{x->+infinity} f(x)

Exercice24 : Considérons la fonction f définie par : f(x) = 4x tan 2x - pi/cos 2x

1) Déterminer : D_f 2) Montrer que : forall x in D_f : f(x) = (4x sin(2x) - pi) / (cos x - sqrt(2)/2) * (1 / (2 * (cos x + sqrt(2)/2)))

3) Calculer : lim_{x->pi/4} (cos x - sqrt(2)/2) / (x - pi/4) et lim_{x->pi/4} (4x sin(2x) - pi) / (x - pi/4)

4) En déduire : lim_{x->pi/4} f(x)

Exercice25 : Considérons la fonction f_m définie par : f_m(x) = ((m-1)x^2-1)/(mx^2-(m+1)x+1) avec : m in R+

1) Déterminer : suivant les valeurs de m : D_fm

2) Calculer : lim_{x->+infinity} f_m(x) et lim_{x->-infinity} f_m(x)

3) Déterminer : suivant les valeurs de m : lim_{x->1} f_m(x)

4) Déterminer : suivant les valeurs de m : lim_{x->1/m} f_m(x)

Exercice26 : Considérons la fonction f définie par : f(x) = (x-E(x))/(x+E(x))

1) Déterminer : D_f

2) a) Montrer que : f(x) = 1 si x in]0;1[

PROF: ATMANI NAJIB

b) Montrer que : f(x) = (x+1)/(x-1) si x in]-1;0[

c) Etudier la limite de f en 0

3) a) Montrer que : 0 < f(x) <= 1/(x+1) ; forall x in]1;+infinity[

b) En déduire : lim_{x->+infinity} f(x)

4) Encadrer f(x) ; si x in]-infinity;-1[et en déduire : lim_{x->-infinity} f(x)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

