

1er BAC Sciences Mathématiques BLOF  
Série N°2 : **LIMITE D'UNE FONCTION**

(La correction voir ☺ <http://www.xriadiat.com/>)

**Exercice1** : Soit la fonction :  $f : x \mapsto 3x^2 + 2x$

Montrer en utilisant la définition que :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

**Exercice2**: Soit la fonction :  $f : x \mapsto \frac{x}{x-2}$

Montrer en utilisant la définition que :  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1$

**Exercice3** : Soit la fonction :  $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

Montrer en utilisant la définition que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

**Exercice4** : Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow 0} 2 + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 2$

**Exercice5** : Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 3\sin x}{\sqrt{x}}$   
 $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

**Exercice6** : Soit la fonction  $g$  définie par :  $x \mapsto g(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 3 & \text{si } x \geq 1 \\ -x^2 + x + \alpha & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Déterminer  $\alpha$  pour que la fonction  $g$  admette une limite en 1.

**Exercice7** : Calculer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x + 2 + \frac{1}{x^2}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}+1}{2x-1}$  3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x$  4)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

**Exercice8** : Calculer les limites suivantes : 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - x + 4$  2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^2 - 2x + 4$

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 + x^2 - x + 4$  4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 2x - 1}{2x^2 - 3x + 8}$  5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 7x^2 + 3x - 6}{2x^2 + x - 1}$  6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^2 - 2x^2 - x - 3}{3x^3 - x + 11}$

7)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 9x^2 - 4x^3 + 1$  8)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 2x^6 - 2x^5 + 3x - 15$  9)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5x^2 - 7x^4}{x - 10x^2 + 14x^3}$  10)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 8x^2 - 2x^5}{x^2 + 2x^6}$

11)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^4 - x^2 + 5x + 2027}$  11)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{16x^3 - 2x^2 + 2025}{x^3 - x^2 + 1}}$

**Exercice9** : Calculer et discuter suivant les valeurs de  $n \in \mathbb{N}^*$  la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^n - 3x}{x^2 + 1} \right)$

**Exercice10** : Calculer suivant les valeurs du paramètre réel  $m$  la limite suivante :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 5}{3x + 1}$

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

**Exercice11** : Déterminer les limites suivantes : 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x\sqrt{x}-1}$

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x} - 5x^2$  4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{x-\sqrt{x}}$  5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}-x+1}{x\sqrt{x}+x^2}$

**Exercice12** : Déterminer les limites suivantes : 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3+x+1} - 3x$  2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+1} - x^3$

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-x} + \sqrt{x^2+x} - 2x$

**Exercice13** : Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin x}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{1-\cos x}$  4)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1-2\cos x}{x-\frac{\pi}{3}}$

**Exercice14** : Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$  2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^3}$  3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\sin x}{x^2(2+\cos x)}$  4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{x}{2+\sqrt{x^4+1}}$

5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$

**Exercice15** : Calculer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2-x-2}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2+x-2}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}$  4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^3+x-2}$

**Exercice16** : Calculer les limites suivantes : 1)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2+x-2}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2}{x-\sqrt{x}}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x+3}}{x^2-x}$

**Exercice17** : Calculer les limites suivantes

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2+x-2}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-4x}{|x-2|-2}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{|x+1|-|x-1|}$  4)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+5x+6}{x^2+2x}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-3x}$  6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+|x|}{x^2-|x|}$

**Exercice18** : la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par :  $f(x) = \frac{2x+\cos x}{x+1}$

1) Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}_+) |f(x) - 2| \leq \frac{3}{x}$

2) En déduire :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Exercice19** : Considérons la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{\cos 2x - \cos x}{x \sin 2x}$

1) Déterminer :  $D_f$  2) Montrer que :  $\forall x \in D_f ; f(x) = \frac{-\sin\left(\frac{3x}{2}\right)}{2x \cos\left(\frac{x}{2}\right) \cos x}$

3) En déduire :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

PROF: ATMANI NAJIB

**Exercice20** : Considérons la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x+3}} & ; \text{si } x > 1 \\ \frac{\sqrt{1-x}}{2x^2+x-3} & ; \text{si } x < 1 \end{cases}$

1) Déterminer :  $D_f$

2) Calculer les limites suivantes : a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3) Etudier la limite de  $f$  en 1

4) Etudier la limite de  $f$  en  $-\frac{3}{2}$

**Exercice21** : Considérons la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \begin{cases} \frac{E(x)+\sin x}{x} & ; \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1) Déterminer :  $D_f$

2) Etudier la limite de  $f$  en 0

3) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}^* ; |f(x) - 1| \leq \frac{2}{|x|}$

4) Déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

