1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°3 : *LIMITE D'UNE FONCTION*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la fonction: $f : x \mapsto x^2 - \frac{x}{2}$; Montrer en utilisant la définition que : $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

Exercice2 : Soit la fonction : $f : x \mapsto x^2 - 2x$

Montrer en utilisant la définition que : $\lim_{x\to -1} f(x) = 3$

Exercice3 : Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{2x^2-3}{x^2+1}$

Montrer en utilisant la définition que : $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 2$

Exercice4 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-2x}{x+2} & si\ x \geq 0 \\ f(x) = E(x) & si\ x \prec 0 \end{cases}$

Etudier la limite de f en $x_0 = 0$

Exercice5 : Soit la fonction : $f : x \mapsto (x^2 + x^4)\sin\frac{1}{x}$ déterminer : $\lim_{x\to 0} f(x)$

Exercice6 : Soient les fonctions tels que : $f(x) = \sqrt{2x+1}(-3x^2+x)$ et $g(x) = \frac{-2x^2+1}{(x-3)^2}(\sqrt{x}+1)$

$k(x) = \frac{-3x+1}{x(x-2)}$ et $h(x) = \frac{x^2+1}{x^3}\sin x$

1)Déterminer : $\lim_{x\to 2} f(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ 2) Déterminer : $\lim_{x\to +\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to 3} g(x)$

3)Déterminer : $\lim_{x\to 0} h(x)$

4)Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de k

Exercice7 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 2} \sqrt{x+7} + \frac{x+2}{2}$ 2) $\lim_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x-5}$ 3) $\lim_{x\to 6^+} \frac{x+1}{2x-12}$ *et* $\lim_{x\to 6^-} \frac{x+1}{2x-12}$

4) $\lim_{x\to +\infty} -5x^2+2x-6$ 5) $\lim_{x\to -\infty} \frac{10x^3-x+1}{5x^2-2x+2}$ 6) $\lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2-x+2}{2x^3-5x+11}$

7) $\lim_{x\to 4^+} \frac{x-1}{3x-12}$ *et* $\lim_{x\to 4^-} \frac{x-1}{3x-12}$ 8) $\lim_{x\to -\infty} 7x^2-3x-9$ 9) $\lim_{x\to +\infty} \frac{15x^3+2x-1}{5x^2-x+1}$

10) $\lim_{x\to +\infty} \frac{10x^2+2x+8}{2x^3-4x+7}$ 11) $\lim_{x\to +\infty} (1-3x-2x^2)^3(5x^2-6x+2)^2$

12) $\lim_{x\to +\infty} \frac{(1-3x-2x^2)^2(5x^2+2)^2}{(x-1)^3(2x^2-8x+5)^2}$

Exercice8 : 1) Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x\to 0} x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim_{x\to +\infty} \frac{\cos x}{x^3}$; $\lim_{x\to +\infty} \frac{1+\sin x}{x^2(2+\cos x)}$; $\lim_{x\to -\infty} 1 + \frac{x}{2+\sqrt{x^4+1}}$

2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_*^+$ tel que : $\forall x \in \mathbb{R}_*^+ : x^3 - 3x^2 \prec f(x) \prec x^3 + x^2$

Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x^3}$

3) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $\forall x \in \mathbb{R}_*^+ : g(x) = \frac{2E(x) + (x-E(x))^2}{x^2}$

a) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to 0^+} g(x)$; $\lim_{x\to 0^-} g(x)$

b) la fonction g admet -elle une limite en 0 ? justifier la réponse

c) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to +\infty} g(x)$; $\lim_{x\to -\infty} g(x)$

Exercice9 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ 2) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{2x+5}-3}$ 3) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x^2-x+1}}{\sqrt{x}-1}$ 4) $\lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+16}-\sqrt{x}-2}$

Exercice10 : Calculer les limites suivantes :1) $\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x+1}}$ 2) $\lim_{\substack{x\to 0\\ x\prec 0}} \frac{x+1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}$

3) $\lim_{\substack{x\to m\\ x\succ m}} \frac{x+1}{x-m}$ avec $m \succ 0$ 4) $\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \frac{x+1}{1-|x^2+x-1|}$

Exercice11 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 0} \frac{x}{x+\sin x}$ 2) $\lim_{x\to +\infty} x\left(1-\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)$ 3) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{1+\sin x}}{x}$

4) $\lim_{x\to 1} \frac{\sin \pi x}{x-1}$ 5) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{x-\frac{\pi}{4}}$ 6) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{x-\frac{\pi}{2}}$

7) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x-\frac{\pi}{4}}$ 8) $\lim_{x\to 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$

Exercice12 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ 2) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4x^2+x^3}}{|2x+x^2|}$ 3) $\lim_{x\to 0} \frac{x+\sqrt{|x|}}{x-\sqrt{|x|}}$ 4) $\lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$

5) $\lim_{x\to +\infty} x\sqrt{\frac{x}{x-1}} - x - 1$ 6) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x}$ 7) $\lim_{x\to 0} \frac{x(1-\cos x)}{\sin 3x - 3\sin x}$

Exercice13 : Calculer suivant les valeurs du paramètre réel m la limite suivante :

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{m(x-1)^2 + (m-1)(x^3-3x)}{3x^2-5x+7}$$

Exercice14 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x} & ; si\ \ x \succ 0 \\ f(x) = \frac{1-\sqrt{x^2+1}}{ax^2} & ; si\ \ x \prec 0 \end{cases}$ avec : $a \neq 0$

1) Déterminer : D_f 2) Calculer : $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

3) Déterminer a sachant que : $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x)$

4) Calculer : $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

5) a) Montrer que : $\forall x \in \left]0;+\infty\right[$; $0 \leq f(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{x}$

b) En déduire : $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

Exercice15 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{E(x)-x+1}{x^2-4} & ; si\ \ x \geq 0 \\ f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1-x}-1} & ; si\ \ x \prec 0 \end{cases}$

1) Déterminer : D_f 2) a) Vérifier que : $f(x) = \frac{3-x}{x^2-4}$ si $x \in \left]2;3\right[$

b) Vérifier que : $f(x) = \frac{2-x}{x^2-4}$ si $x \in \left]1;2\right[$

c) Etudier la limite de f en 2

3) a) Montrer que : $0 \prec f(x) \leq \frac{1}{x^2-4}$; $\forall x \in \left]2;+\infty\right[$

b) En déduire : $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

4) a) Calculer la limite de f à gauche de 0

b) Calculer la limite de f à droite de 0

5) Montrer que : $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien