1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°5 : *LIMITE D'UNE FONCTION*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la fonction : $f : x \mapsto \sqrt{|x|}$

Montrer en utilisant la définition que : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$

Exercice2 : Montrer en utilisant la définition que :

1) $\lim\limits_{x \to 0} x^2 + x = 0$ 2) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{2x+1} = 0$ 3) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2}{x^2+1} = 0$

Exercice3 : Etudier la limite de la fonction : $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ en 0.

Exercice4 : Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

1)Monter que : $\forall x \in \mathbb{R}\ \ |f(x) - 1| \leq (x-1)^2$ 2) En déduire : $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

Exercice5 : Calculer les limites suivantes :1) $\lim\limits_{x \to -\infty} -x^2 + x + 2$ 2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2-1}{2x-1}$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\dfrac{x}{4x-1}}$ 4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\dfrac{x^2+1}{x-1}}$

Exercice6 : Considérons la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x+\sqrt{x}-2}{x-1}$

1) Déterminer : D_f

2) Calculer les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$;b) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$; c) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

Exercice7: Calculer $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{3x+1}{x^2+x-2}$

Exercice8 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x \succ 1}} \dfrac{2x^2-x+3}{1-x}$ 2) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x \succ 0}} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^3}$ 3) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x \succ -2}} \dfrac{2x^2+3x-7}{x^2+2x}$ 4) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x \prec 3}} \dfrac{2x^2-x+1}{(3-x)(-1-x)}$

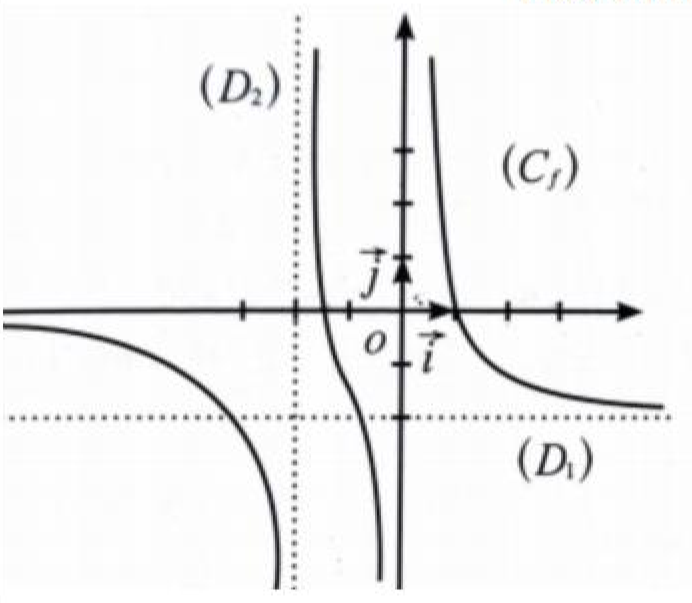
5) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x \prec 2}} \dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x^3-8}$ 6) $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x \succ -1}} \dfrac{-2x^2+3x}{x-x^3}$

Exercice9 : La figure suivante représente la courbe d'une fonction f

Déterminer, par lecture graphique le domaine de définition de f et les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ 2) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ 3) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ 4) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ 5) $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$ 6) $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x)$

7) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x)+1}$ 8) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x)}$ 9) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ 10) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$



Exercice10 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x^2+x+2} & ; si \quad x \geq 1 \\ f(x) = \dfrac{2x-\sqrt{x^2+3}}{x^2+x-2} & ; si \quad x \prec 1 \end{cases}$

1) Déterminer : D_f

2) Calculer les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$;b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; c) $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$

3) Etudier la limite de f en 1

Exercice11 : Considérons la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2x\sin x + 1$

1) Montrer que : f est paire

2) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^+$; $f(x) \geq (x-1)^2$

3) En déduire : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Exercice12 : 1) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*) \left|\dfrac{\sin x}{x}\right| \leq \dfrac{1}{x}$

2) En déduire les limites suivantes : a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sin x}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} x + \sin x$

Exercice13 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2-1} + 2x$ 2) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2+7} + 2x$ 3) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{ax^2+b} + cx$ avec : $a \in \mathbb{R}_+^*$; $b \in \mathbb{R}_+^*$; $c \in \mathbb{R}_+^*$

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{4x}$

Exercice14 :1) Calculer suivant les valeurs de l'entier naturel non nul n les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^n}{x^2+x+1}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^n}{x^2+x+1}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

c) Soit : a ; b *et* c des nombres réels tel que : $a \succ 0$

Calculer suivant les valeurs de a la limite suivante : $\lim\limits_{x \to +\infty} x - \sqrt{ax^2+bx+c}$

Exercice15 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan 2x - 3\sin x}{5x}$ 2) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$ 3) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(x-1)^2}{\cos(x-1)-1}$ 4) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos 2x - \cos 4x}{x^2}$

5) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^2 2x - \sin^2 x}{x^2}$ 6) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x - 2\sin x}{x^3}$ 7) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{\cos x - \cos^2 x}$ 8) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{\tan x}$

9) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{\cos 2x - \cos 4x}}{x}$

Exercice16 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{1+x^2}}{2+x} & ; si \quad x \geq 0 \\ f(x) = \dfrac{\cos x - \sqrt{1+\sin x}}{x} & ; si \quad x \prec 0 \end{cases}$

1) Déterminer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ 2) Etudier : $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

3) a) Montrer que : $\forall x \prec 0$; $|f(x)| \leq \dfrac{1+\sqrt{2}}{|x|}$

b) En déduire : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

Exercice17 : Considérons la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{|x|-1}{1-|2x^2-x|}$

1) Déterminer : D_f 2) Ecrire $f(x)$ sans symbole de la valeur absolue :

3) Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ 4) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

5) Etudier la limite de f en 1 6) Etudier la limite de f en $-\dfrac{1}{2}$

Exercice18 : Considérons la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{xE(x)}{x+E(x)}$

1) a) Montrer que : $E(x) = -x \Leftrightarrow x = 0$ b) En déduire : D_f

2) a) Simplifier $f(x)$ si $x \in]0;1[$

b) Vérifier que : $f(x) = \dfrac{x}{1-x}$ si $x \in]-1;0[$

c) Etudier la limite de f en 0

3) a) Montrer que : $\dfrac{x^2-x}{2x} \leq f(x) \leq \dfrac{x^2}{2x-1}$; $\forall x \in]1;+\infty[$

b) En déduire : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

4) Etudier la limite de f en 1

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $xE(x) = x + E(x)$

Exercice19 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = E\left(\sqrt{\dfrac{x}{n}}\right)$ avec : $n \in \mathbb{N}^*$

Etudier et Déterminer (s'il existe) les limites suivantes : 1) $\lim\limits_{x \to n} f(x)$ 2) $\lim\limits_{x \to n+1} f(x)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien