1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°6 : LIMITE D'UNE FONCTION

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Montrer en utilisant la définition que :

1) $\lim_{x\to 0} 3x^2-5x+1=-1$ 2) $\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x-1}=\frac{1}{2}$ 3) $\lim_{x\to 2}\sqrt{4x+1}=3$

Exercice2 : 1) Monter que : $\forall x\in\left]-\infty;-2\right[$: $\frac{\cos^2 x+1}{(x-2)^3}\le\frac{1}{(x-2)^3}$ 2) Calculer : $\lim_{x\to 2^-}\frac{\cos^2 x+1}{(x-2)^3}$

Exercice3 : Calculer les limites suivantes : 1) $\lim_{x\to+\infty} 2x+5x^2-7x^4$ 2) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+5x^2-7x^4}{x-10x^2+14x^3}$

3) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+8x^2-2x^5}{x^2+2x^6}$ 4) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$ 5) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$

Exercice4 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x}-2}{x^2+3x-10}$ 2) $\lim_{x\to 1}\frac{2x^3+3x^2-4x-1}{x^3-1}$ 3) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x$ 4) $\lim_{x\to+\infty} x-\sqrt{2x^2+1}$

5) $\lim_{x\to-\infty} 2x+\sqrt{x^2+x+1}$ 6) $\lim_{x\to+\infty} x-2\sqrt{x}+3$ 7) $\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{1-x}$ 8) $\lim_{x\to+\infty} 2x-\sqrt{4x^2+1}$

9) $\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{x^2+4}$ 10) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x-\sqrt{x^2+1}}$ 11) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+2}}$ 12) $\lim_{x\to-\infty} x+\sqrt{x^2+x+1}$

13) $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{1+\sqrt{x^2+1}}$ 14) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{4x+1}$ 15) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{1+\sqrt{x}}$ 16) $\lim_{|x|\to+\infty}\sqrt{x^2+x+3}$

17) $\lim_{|x|\to+\infty}\sqrt{x^2+x+3}+2x$ 18) $\lim_{x\to+\infty} 1+\frac{x}{2}-\sqrt{1+x}$ 19) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x+3}-\sqrt{x}$ 20) $\lim_{|x|\to+\infty}\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

21) $\lim_{|x|\to+\infty}\sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}$ 22) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^2-1}{x^3+2}}$ 23) $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{\sqrt{2-x}}$ 24) $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-2x}+x-1$

25) $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-x-2}-\sqrt{2x^2+1}$ 26) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

Exercice5 : Calculer les limites suivantes : 1) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{1-\sqrt{x^2+1}}$ 2) $\lim_{x\to 1}\frac{-3x+1}{-x^2+2x-1}$

3) $\lim_{x\to 0}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{1+x^2+x^4}}$ 4) $\lim_{x\to-1}\frac{x}{\left|x^2-x-2\right|}$

Exercice6 : **1)** Calculer suivant les valeurs du paramètre réel m les limites suivantes :

a) $\lim_{x\to+\infty}(m+1)x^3+2mx^2-x+7$

b) $\lim_{x\to+\infty}\left(m^2-m\right)x^3+mx^2-(m-1)x+11$

2) Calculer suivant les valeurs de l'entier naturel non nul n la limite suivante :

$\lim_{x\to+\infty} 3x^n-x^3+(n-1)x^2+7$

Exercice7 : Calculer suivant les valeurs du paramètre réel m la limite suivante :

$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-3x+5}-mx$

Exercice8 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{2\cos x-\sqrt{2}}{x-\frac{\pi}{4}}$ 2) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{6}}$ 3) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{2\sin x-1}{x-\frac{\pi}{6}}$ 4) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{\tan x}$

5) $\lim_{x\to\pi}\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{\tan x}$ 6) $\lim_{x\to+\infty} x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ 7) $\lim_{x\to+\infty}(x+1)\tan\left(\frac{1}{x}\right)$ 8) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin 2x}$

Exercice9 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{1+3x}-2}{x-\sqrt{x}} & ;\ si\quad x\neq 1\\ f(1)=a \end{cases}$

1) Déterminer : D_f

2) Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

3) Déterminer a sachant que : $\lim_{x\to 1} f(x)=a$

Exercice10 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{2x^2-x+1}{x-3} & ;\ si\quad x\prec 3\\ f(x)=\frac{x^3-x^2+1}{x^2-3x} & ;\ si\quad x\succ 3 \end{cases}$

Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ c) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x\to 3^+} f(x)$

e) $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ f) $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

Exercice11 : Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{1+\sin x}-\cos x}{\sqrt{x}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)} & ;\ si\quad x\succ 0\\ f(x)=\frac{\sin x-\tan x}{x\sqrt{1-\cos x}} & ;\ si\quad x\prec 0 \end{cases}$ et

$f(0)=0$

1) Déterminer : D_f 2) Etudier : $\lim_{x\to 0} f(x)$ 3) Etudier : $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)$

4) a) Montrer que : $\forall x\in\left]1+\frac{\pi}{2};+\infty\right[$; $\left|f(x)\right|\le\frac{3}{\sqrt{x}}$

b) En déduire : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

Exercice12 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\sin x\times E\left(\frac{1}{x}\right)$

1) Déterminer : D_f 2) Etudier la limite de f en 0

3) Etudier la limite de f en $+\infty$ et $-\infty$

Exercice13 : Considérons la fonction f_n définie par :

$f_n(x)=\frac{E(x)+E(x+\frac{1}{n})+\dots+E(x+\frac{n-1}{n})}{nx}$ Avec : $n\in\mathbb{N}^*$

1) Déterminer : D_f

2) Simplifier : $f_1(x)$

3) a) Montrer que : $E(x)+E(x+\frac{1}{2})=E(2x)\ \forall x\in\mathbb{R}$ (poser : $E(x)=n$ et discuter)

b) En déduire une simplification de : $f_2(x)$

4) Montrer que : $f_n(x)=\frac{E(nx)}{nx}$; $\forall n\in\mathbb{N}^*$; $\forall x\in\mathbb{R}^*$

5) a) Montrer que : $1-\frac{1}{nx}\prec f_n(x)\le 1$; $\forall x\in\left]0;+\infty\right[$

b) En déduire : $\lim_{x\to+\infty} f_n(x)$

6) Etudier la limite de f_n en 0

7) Montrer que : $\lim_{x\to 1^+} f_n(x)=1$ et $\lim_{x\to 1^-} f_n(x)=\frac{n-1}{n}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien