

1er BAC Sciences Mathématiques BIOF

Série N°6 : LA ROTATION DANS LE PLAN

(La correction voir http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : ABCD est un carré tel que : (AB, AD) positif. et AED et AFB deux triangles équilatéraux

Montrer que les points : E et C et F sont alignés

Exercice2 : ABC un triangle équilatéral tel que : (AB, AC) = pi/3 [2pi]

Soit D le symétrique du point A par rapport à B

On désigne par r la rotation qui transforme C en B et transforme A en D

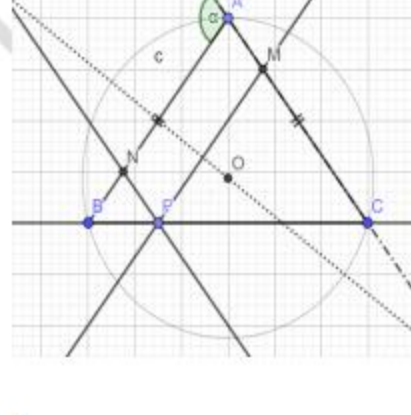
- 1) Construire le point Omega centre de la rotation r et déterminer son angle
2) Montrer que : ABNC est un quadrilatère inscriptible

Exercice3 : ABC un triangle isocèle tel que : AB = AC et soit P un point de la droite (BC)

La droite qui passe par P et parallèle à (AC) coupe (AB) en N

La droite qui passe par P et parallèle à (AB) coupe (AC) en M

- 1) Montrer qu'il existe une rotation r qui transforme B en A et transforme A en C dont on déterminera le centre et l'angle
2) Déterminer : r(M)
3) En déduire que la médiatrice [MN] passe par un point fixe quand P varie sur la droite (BC)



Exercice4 : ABC est un triangle isocèle en A tel que : (AB, AC) = pi/4 [2pi]

- 1) a) Construire des carrés ABDE et ACFG de centre respectifs I et J et (AE, AB) = (AC, AG) [2pi] = pi/2 [2pi]

b) Donner les mesures des angles orientés : (BC, BA) et (CA, CB)

- 2)a) Déterminer les images respectives des points E et C par la rotation r de centre A et d'angle pi/2

b) En déduire que : BG = CE

Exercice5 : ABCD est un parallélogramme ; on construit à l'extérieur deux triangles ABE et ADF

On considère la rotation r de centre E et d'angle pi/3

Et soit C' l'image du point C par la rotation r

- 1) Montrer que : AC' = AF
2) Montrer que : (AC', AF) = 0 [2pi]

3) En déduire que : C' = F

Exercice6 : ABCD est un carré tel que :

(AB, AD) Positif et Soit r la rotation de centre A et d'angle pi/2

Décomposer la rotation r en composée de deux symétries orthogonales

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice7 : ABCD est un carré de centre O tel que : (AB, AD) positif

On considère les deux rotations suivantes : r1(O; pi/2) et r2(O; -pi)

- 1) Quelle est l'image du point A par la rotation : r2 o r1
2) Quelle est l'image du cercle(C) de centre B et de rayon OA par la rotation r2 o r1

Exercice8 : ABCD est un carré tel que : (AB, AD) positif et soit l' la rotation de centre A et d'angle pi/2

- 1) Déterminer la nature de la transformation suivante : S(AD) o S(AB)

- 2) On considère les rotations suivantes : r(A; pi/2) et r'(B; pi/2) et r''(C; -pi/2)

Déterminer la nature des transformations suivante : r o r' et r o r''

Exercice9 : ABCD est un carré de centre O tel que : (OA, OB) négatif. Soient M, N, P et Q quatre points dans le plan tels que : DQ = 1/3 DA et CP = 1/3 CD et AM = 1/3 AB et BN = 1/3 BC

La droite (AN) coupe les droites (DM) et (BP) respectivement en E et F

La droite (CQ) coupe les droites (DM) et (BP) respectivement en H et G

Soit r la rotation de centre O et d'angle -pi/2

- 1) Faire une figure dans le cas où : AB = 6cm
2) Montrer que : r(M) = N et r(N) = P et r(P) = Q et r(Q) = M

3) a) Montrer que : r(F) = G

b) En déduire que : le triangle FOG est isocèle et rectangle en O

4)a) Calculer : (r o r)(F) et (r o r)(E)

4)b) En déduire que : les segments [EG] et [FH] ont le même milieu

5) Montrer que : EFGH est un carré

Exercice10 : ABCD est un carré de centre O tel que : (AB, AD) = pi/2 [2pi]. Soient I, J, K et L les milieux respectivement des segments [AB] ; [BC] ; [CD] et [DA].

- 1) Déterminer les mesures des angles suivants : a) (AC, AD) b) (DA, DB) c) (CD, CA) d) (CA, CD)

2) Soit S(AB) la symétrie axiale d'axe (AB)

Soit r(A; pi/2) la rotation de centre A et d'angle pi/2 et t_i la translation de vecteur i

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :

a) F = S(AC) o S(BD) b) G = S(AC) o S(AB)

c) H = r(D; pi) o r(A; pi) d) K = r(C; pi/2) o r(D; pi) o r(A; pi/2)

Exercice11 : Soient A et B deux points d'un cercle (C) de centre O

On considère un point M du cercle (C) distinct de A et B

Les droites (D) et (D') sont respectivement les médiatrices des segments [AM] et [BM]

PROF: ATMANI NAJIB

- 1) Déterminer la nature de la transformation : S(D') o S(D)

- 2) Déterminer la nature de la transformation : S(BM) o S(AM)

3) Soit G le centre de gravité du triangle ABM

On désigne par : A' ; B' et M' les images respectives des points A ; B et M par S(D') o S(D)

Déterminer (S(D') o S(D))(G)

Exercice12 : ABC est un triangle rectangle en A tel que : (BA, BC) = alpha [2pi] et alpha > 0

Soit r la rotation de centre B et d'angle alpha

- 1) Construire les points E et F tel que : r(A) = E et r(C) = F

2) Montrer que (EF) perp (BC)

3) Soit (AC) cap (EF) = {I} et r(I) = J

a) Montrer que les points E ; F et J sont alignés

b) Montrer que E est le milieu du segment [IJ].

4) Soit (AB) cap (IJ) = {K} Montrer que r(K) = C

Exercice13 : ABC est un triangle équilatéral tel que : (AB, AC) = pi/3 [2pi] et O le centre de gravité du triangle ABC et I le milieu du segment [IJ].

- 1) Déterminer une droite (D) tel que : r(B; -pi/3) = S(D) o S(BO)

- 2) Déterminer les droites (Delta1) et (Delta2) tel que : r(O; 2pi/3) = S(Delta1) o S(Delta2)

3) Déterminer la nature de la transformation suivante : S(AM) o S(AB)

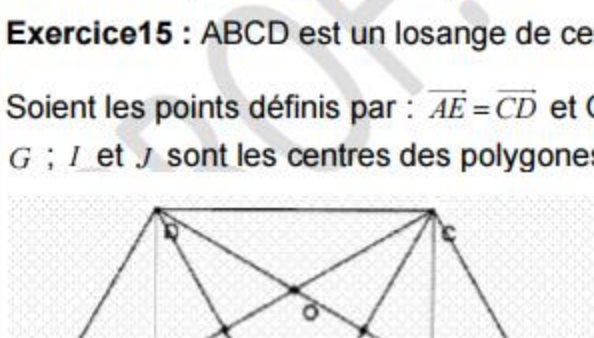
Exercice14 : ABC est un triangle tel que : (AB, AC) = pi/6 [2pi] et D l'image de B par symétries orthogonales d'axe (AC) et E l'image de C par symétries orthogonales d'axe (AD)

Montrer que (BC, BA) = (DE, DA) [2pi]

Exercice15 : ABCD est un losange de centre F tel que : (AB, AC) = pi/3 [2pi]

Soient les points définis par : AE = CD et O le point d'intersection des droites (BD) et (CE)

G ; I et J sont les centres des polygones ACDE ; ABC et ADE respectivement (voir figure)



- 1)a) Montrer que ACDE est un losange

b) Montrer que ACD est un triangle équilatéral de centre O

c) Montrer que BCE est un triangle rectangle en C

PROF: ATMANI NAJIB

2) Soit r la rotation de centre A et d'angle pi/3

a) Montrer que : CE = BD

b) Déterminer une mesure de l'angle (BD, CE)

c) Montrer que : r(O) = G et r^-1(O) = I

d) Montrer que : r o r o r est une rotation dont on déterminera son centre et son angle

- 3) Dans cette question on pose : r(A; pi/3) et r'(C; pi/3) et r''(D; pi/3)

a) Montrer que : r o r' est une rotation de centre O dont on déterminera son angle

b) Montrer que : (r')^-1 o r est une translation dont on déterminera son vecteur (Par exemple déterminer l'image de A)

c) Montrer que : r o r' o r'' est une symétrie centrale dont on déterminera son centre (Par exemple déterminer l'image de E)

Exercice16 : Le plan rapporté à un repère orthonormé (O, i, j)

- 1) Construire successivement les points suivants : A = t_{i,j}(O) ; B = r(O; pi/2)(A) ; C = S_O(A)

D = S_{(AC)}(B) ; I = t_j(B) ; J = r(O; pi/2)(I) ; K = r(O; pi/6)(J) ; L = r(K; 3pi/2)(J)

2) Déterminer le centre et l'angle de la rotation r dans cas suivants :

-> r(A) = B et r(B) = A

-> r(A) = D et r(K) = I

-> r(A) = C et r(I) = J

-> r(D) = C et r(I) = L

-> r(A) = D et r(J) = I

3) Déterminer la nature de la transformation suivante :

-> S_{(AC)} o S_{(BD)}

-> S_{(AB)} o S_{(BD)}

-> S_{(AB)} o S_{(AC)}

-> S_{(AB)} o S_{(CD)}

-> r(C; pi/2) o r(D; pi/2)

-> r(C; pi/4) o r(C; 3pi/4)

-> r(B; 3pi/2) o r(A; pi/2)

-> r(I; pi/3) o r(K; pi/3)

Exercice17 : ABC est un triangle équilatéral tel que : (AB, AC) = pi/3 [2pi] et O le centre de gravité du triangle ABC

Déterminer la nature de la transformation suivante :

PROF: ATMANI NAJIB

-> S_{(AC)} o S_{(AB)}

-> S_{(OA)} o S_{(OC)}

-> S_{(OA)} o S_{(BC)}

-> r(O; 2pi/3) o r(A; pi/3)

-> r(C; pi/4) o r(C; 3pi/4)

-> r(B; pi/3) o r(A; pi/3)

-> r(A; pi/3) o r(A; pi/3)

-> r(C; -pi/3) o r(A; pi/3)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

